

## TEMATICA

pentru proba de *Matematică-Fizică* din cadrul concursului de admitere în Academia Tehnică Militară „Ferdinand I” sesiunea iulie – septembrie 2019

A. MATEMATICĂ**Conținuturi****Algebră clasa a IX-a.****1. Mulțimi și elemente de logică matematică.**

- Mulțimea numerelor reale;
- Propoziție, predicat, cuantificatori;
- Operații logice elementare (negație, conjuncție, disjuncție, implicație, echivalență), corelate cu operațiile și cu relațiile dintre mulțimi (complementară, intersecție, reuniune, incluziune, egalitate); raționament prin reducere la absurd
- Inducția matematică

**2. Șiruri**

- Modalități de a defini un șir, șiruri mărginite, șiruri monotone
  - Șiruri particulare: progresii aritmetice, progresii geometrice, formula termenului general în funcție de un termen dat și rație, suma primilor  $n$  termeni ai unei progresii
- Condiția ca  $n$  numere să fie în progresie aritmetică sau geometrică, pentru  $n \geq 3$

**3. Funcții; lecturi grafice.**

Reper cartezian, produs cartezian;

- Funcția: definiție, exemple, modalitatea de a descrie o funcție; egalitatea a două funcții, imaginea și preimaginea unei mulțimi printr-o funcție, graficul unei funcții.
- Funcții numerice,  $F = \{f: D \rightarrow \mathbf{R}, D \subseteq \mathbf{R}\}$ ; proprietăți ale funcțiilor numerice introduse prin lecturi grafice: reprezentarea geometrică a graficului, intersecția cu axele de coordonate, rezolvări grafice de ecuații și inecuații de forma  $f(x) = g(x)$  ( $\leq, <, >, \geq$ ), mărginire, paritate, imparitate (simetria graficului față de axa  $Oy$  sau față de origine), simetria graficului față de drepte de forma  $x = m$ ,  $m \in \mathbf{R}$ , sau față de puncte oarecare din plan, periodicitate, monotonie;
- Compunerea funcțiilor; exemple cu funcții numerice.

**Funcția de gradul I**

- Definiție, intersecția graficului cu axele de coordonate, ecuația  $f(x)=0$ , reprezentarea grafică a funcției  $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ ,  $f(x)=ax+b$ ,  $a, b \in \mathbf{R}$ ;
- Interpretarea grafică a proprietăților algebrice ale funcției: monotonia și semnul funcției. Studiul monotoniei prin semnul diferenței  $f(x_1) - f(x_2)$  (sau studiul raportului  $\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2}$ ,  $x_1, x_2 \in \mathbf{R}$ ,  $x_1 \neq x_2$ );
- Inecuații de forma  $ax + b \leq 0$  ( $\geq, <, >$ ) studiate pe  $\mathbf{R}$  sau pe intervale de numere reale;
- Poziția relativă a două drepte, sisteme de tipul
 
$$\begin{cases} ax + by = c \\ mx + ny = p \end{cases}, \quad a, b, c, m, n, p \in \mathbf{R};$$
- Sisteme de inecuații de gradul I

**Conținuturi****Funcția de gradul al II-lea**

- Reprezentarea grafică a funcției  $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ ,  $f(x)=ax^2+bx+c$ ,  $a \neq 0$ ,  $a, b, c \in \mathbf{R}$ , intersecția graficului cu axele de coordonate, ecuația  $f(x) = 0$ , simetria față de drepte de forma  $x = m$ ,  $m \in \mathbf{R}$ ;
- Relațiile lui Viète, rezolvarea sistemelor de forma

$$\begin{cases} x + y = s \\ xy = p \end{cases}, \quad s, p \in \mathbf{R}.$$

**Interpretarea geometrică a proprietăților algebrice ale funcției de gradul al II-lea**

- Monotonie. Studiul monotoniei prin semnul diferenței  $f(x_1) - f(x_2)$ , rata creșterii (descreșterii):  

$$\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2}, x_1, x_2 \in \mathbf{R}; x_1 \neq x_2$$
, punct de extrem, vârful parabolei;
- Poziția parabolei față de axa  $Ox$ , semnul funcției, inecuații de forma  $ax^2+bx+c \leq 0$  ( $<, \geq, >$ ) studiate pe  $\mathbf{R}$  sau pe intervale de numere reale, interpretare geometrică: imagini și preimagini ale unor intervale (proiecțiile unor porțiuni de parabolă pe axe);
- Poziția relativă a unei drepte față de o parabolă:  $\begin{cases} mx + n = y \\ ax^2 + bx + c = y \end{cases}$ ,  $a, b, c, m, n \in \mathbf{R}$ ;
- Rezolvarea sistemelor de forma  $\begin{cases} a_1x^2 + b_1x + c_1 = y \\ a_2x^2 + b_2x + c_2 = y \end{cases}$ ,  $a_1, a_2, b_1, b_2, c_1, c_2 \in \mathbf{R}$ , interpretare geometrică.

**4. Elemente de trigonometrie**

- Cercul trigonometric, definirea funcțiilor trigonometrice  
 $\sin, \cos: [0, 2\pi] \rightarrow [-1, 1]$ ,  $\operatorname{tg}: [0; \pi] \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} \right\} \rightarrow \mathbf{R}$ ;
- Definirea funcțiilor trigonometrice:  
 $\sin: \mathbf{R} \rightarrow [-1, 1]$ ;  $\cos: \mathbf{R} \rightarrow [-1, 1]$ ;  $\operatorname{tg}: \mathbf{R} \setminus D \rightarrow \mathbf{R}$ , unde  $D = \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi / k \in \mathbb{Z} \right\}$ ;  
 $\operatorname{ctg}: \mathbf{R} \setminus D \rightarrow \mathbf{R}$ , unde  $D = \{ k\pi / k \in \mathbb{Z} \}$ ;
- Formulele de reducere la primul cadran, formule trigonometrice:  $\sin(a \pm b)$ ,  $\cos(a \pm b)$ , transformarea sumei în produs

**Algebră clasa a X-a.****1. Mulțimi de numere.**

- **Numere reale:** proprietăți ale puterilor cu exponent rațional, irațional și real ale unui număr pozitiv, aproximări raționale pentru numere iraționale sau reale;
- Radical de ordin  $n$ , ( $n \in \mathbb{Z}, n \geq 2$ ), proprietăți ale radicalilor;
- Noțiunea de logaritm, proprietăți ale logaritmilor, calcule cu logaritmi, operația de logaritmare;
- **Mulțimea  $\mathbf{C}$ .** Numere complexe sub formă algebrică, conjugatul unui număr complex, operații cu numere complexe. Interpretarea geometrică a operațiilor de adunare și de scădere a numerelor complexe și a înmulțirii acestora cu un număr real;

**Conținuturi**

- Rezolvarea în  $\mathbf{C}$  a ecuației de gradul al doilea cu coeficienți reali. Ecuații bipătrate.

**2. Funcții și ecuații**

- Funcția putere:  $f: \mathbf{R} \rightarrow D; f(x) = x^n; n \in \mathbf{N}; n \geq 2;$
- Funcția radical:  $f: D \rightarrow \mathbf{R}; f(x) = \sqrt[n]{x}; n \in \mathbf{N}; n \geq 2$  unde  $D = [0, \infty)$  pentru  $n$  par și  $D = \mathbf{R}$  pentru  $n$  impar;
- Funcția exponențială  $f: \mathbf{R} \rightarrow (0, \infty); f(x) = a^x; a \in (0, \infty); a \neq 1$  și funcția logaritmică  $f: (0, \infty) \rightarrow \mathbf{R}; f(x) = \log_a x; a \in (0, \infty); a \neq 1$  creștere exponențială și creștere logaritmică;
- Injectivitate, surjectivitate, bijectivitate; funcții inversabile: definiție, proprietăți grafice, condiția necesară și suficientă ca o funcție să fie inversabilă.
- Funcții trigonometrice directe și inverse.
- Rezolvări de ecuații folosind proprietățile funcțiilor:
  1. Ecuații iraționale care conțin radicali de ordinul 2 sau 3;
  2. Ecuații exponențiale, ecuații logaritmice;
  3. Ecuații trigonometrice:
 
$$\sin x = a, \cos x = a, a \in [-1, 1]; \operatorname{tg} x = a, \operatorname{ctg} x = a, a \in \mathbf{R};$$

$$\sin f(x) = \sin g(x), \cos f(x) = \cos g(x), \operatorname{tg} f(x) = \operatorname{tg} g(x), \operatorname{ctg} f(x) = \operatorname{ctg} g(x);$$

$$a \sin x + b \cos x = c \text{ unde } a, b, c \text{ nu sunt simultan nule.}$$

*Notă: Pentru toate tipurile de funcții se vor studia: intersecția cu axele de coordonate, ecuația  $f(x)=0$ , reprezentarea grafică prin puncte, simetrie, lectura grafică a proprietăților algebrice ale funcțiilor: monotonie, bijectivitate, inversabilitate, semn, concavitate/convexitate.*

**3. Metode de numărare.**

- Permutări; aranjamente; combinații. Binomul lui **Newton**.

**Elemente de calcul matriceal și sisteme de ecuații liniare clasa a XI-a.****1. Permutări**

- Noțiunea de permutare, operații, proprietăți.
- Inversiuni, semnul unei permutări.

**2. Matrice.**

- Tabel de tip matricial. Matrice, mulțimi de matrice.
- Operații cu matrice: adunarea, înmulțirea, înmulțirea unei matrice cu un scalar, proprietăți.

**3. Determinanți.**

- Determinant de ordin  $n$ , proprietăți.
- Aplicații: ecuația unei drepte determinate de două puncte distincte, aria unui triunghi și coliniaritatea a trei puncte în plan.

**4. Sisteme de ecuații liniare.**

- Matrice inversabile din  $M_n(\mathbf{C}), n \leq 4$ . Inversa unei matrice.
- Ecuații matriceale.
- Sisteme liniare cu cel mult 4 necunoscute, sisteme de tip **Cramer**, rangul unei matrice.
- Studiul compatibilității și rezolvarea sistemelor: proprietatea **Kronecker-Capelli**, proprietatea **Rouché**, metoda **Gauss**.

**Conținuturi***Elemente de analiză matematică, clasa a XI-a***1. Limite de funcții**

- Noțiuni elementare despre mulțimi de puncte pe dreapta reală: intervale, mărginire, vecinătăți, dreapta încheiată, simbolurile  $+\infty$  și  $-\infty$ ;
- Funcții reale de variabilă reală: funcția polinomială, funcția rațională, funcția putere, funcția radical, funcția logaritm, funcția exponențială, funcții trigonometrice directe și inverse;
- Limita unui șir utilizând vecinătăți, proprietăți;
- Monotonie, mărginire, limite; proprietatea lui Weierstrass. Exemple semnificative:

$$(a^n)_n, (n^a)_n, \left( \left( 1 + \frac{1}{n} \right)^n \right)_n, \text{ (fără demonstrație), numărul } e;$$

$$\text{limita șirului } \left( (1 + u_n)^{\frac{1}{u_n}} \right)_n, \quad u_n \rightarrow 0, \quad u_n \neq 0, \quad (\forall) n \in \mathbb{N}.$$

- Operații cu șiruri care au limită
- Limite de funcții: interpretarea grafică a limitei unei funcții într-un punct utilizând vecinătăți, calculul limitelor laterale;
- Calculul limitelor pentru funcțiile studiate; cazuri exceptate la calculul limitelor de funcții:  $\frac{0}{0}, \frac{\infty}{\infty}, \infty - \infty, 0 \cdot \infty, 1^\infty, \infty^0, 0^0$ .
- Asimptotele graficului funcțiilor studiate: asimptote verticale, orizontale, oblice.

**2. Continuitate.**

- Continuitatea unei funcții într-un punct al domeniului de definiția, funcții continue;
- Interpretarea grafică a continuității unei funcții, studiul continuității în puncte de pe dreapta reală pentru funcțiile studiate, operații cu funcții continue;
- Proprietatea lui **Darboux**, semnul unei funcții continue pe un interval de numere reale, studiul existenței soluțiilor unor ecuații în  $\mathbf{R}$ .

**3. Derivabilitate.**

- Tangenta la o curbă, derivata unei funcții într-un punct, funcții derivabile, operații cu funcții care admit derivată, calculul derivatelor de ordin I și al II-lea pentru funcțiile studiate;
- Funcții derivabile pe un interval: puncte de extrem ale unei funcții, teorema lui **Fermat**, teorema **Rolle**, teorema **Lagrange** și interpretarea lor geometrică, corolarul teoremei lui Lagrange referitor la derivata unei funcții într-un punct;
- Rolul derivatei I în studiul funcțiilor: puncte de extrem, monotonia funcțiilor;
- Rolul derivatei a II-a în studiul funcțiilor: concavitate, convexitate, puncte de inflexiune.
- Regulile lui **L'Hôpital**;

**4. Reprezentarea grafică a funcțiilor.**

- Reprezentarea grafică a funcțiilor;
- Rezolvarea grafică a ecuațiilor, utilizarea reprezentării grafice a funcțiilor în determinarea numărului de soluții ale unei ecuații;
- Reprezentarea grafică a conicelor (cerc, elipsă, hiperbolă, parabolă).

**Conținuturi****Elemente de algebră clasa a XII-a.****1. Legi de compoziție****2. Grupuri.**

- Definiție;
- Exemple: grupuri numerice, grupuri de matrice, grupul permutarilor de ordinul  $n$ , grupul aditiv al claselor de resturi modulo  $n$ ;
- Morfisme și izomorfisme de grupuri;
- Grupuri finite: tabla operației, ordinul unui element;
- Subgrup.

**3. Inele.**

- Definiție;
- Exemple:  $(\mathbf{Z}, +, \cdot)$ ,  $(\mathbf{Z}_n, +, \cdot)$ , inele de funcții, matrice patratice.

**4. Corpuri.**

- Definiție;
- Exemple:  $(\mathbf{Q}, +, \cdot)$ ,  $(\mathbf{R}, +, \cdot)$ ,  $(\mathbf{C}, +, \cdot)$ ,  $(\mathbf{Z}_p, +, \cdot)$  cu  $p$  număr prim.
- Morfisme și izomorfisme de corpuri.

**5. Inele de polinoame cu coeficienți într-un corp comutativ ( $\mathbf{Q}, \mathbf{R}, \mathbf{C}, \mathbf{Z}_p$ , cu  $p$  număr prim).**

- forma algebrică a unui polinom, gradul unui polinom, adunarea și înmulțirea polinoamelor;
- teorema împărțirii cu rest; împărțirea polinoamelor, împărțirea cu  $X - a$ , schema lui Horner;
- valoarea numerică a unui polinom; rădăcini, funcția polinomială asociată unui polinom;
- divizibilitatea polinoamelor, descompunerea în factori ireductibili, teorema lui **Bézout**, c.m.m.d.c și c.m.m.m.c al unor polinoame;
- rădăcini ale polinoamelor, relațiile lui **Viète**;
- rezolvarea ecuațiilor polinomiale cu coeficienți întregi, raționali, reali, complecși; ecuații binome, bipătrate, reciproce.

**Elemente de analiză matematică clasa a XII-a.**

- Probleme care conduc la noțiunea de integrală

**1. Primitive (antiderivate)**

- Primitivele unei funcții definite pe un interval.
- Integrala nedefinită a unei funcții, proprietăți ale integralei nedefinite, liniaritate. Primitive uzuale.

**2. Integrala definită**

- Diviziuni ale unui interval  $[a, b]$ , norma unei diviziuni, sistem de puncte intermediare, sume Riemann, interpretare geometrică. Definiția integrabilității unei funcții pe un interval  $[a, b]$
- Proprietăți ale integralei definite: liniaritate, monotonie, aditivitate în raport cu intervalul de integrare.
- Formula Leibniz – Newton
- Integrabilitatea funcțiilor continue, teorema de medie, interpretare geometrică, teorema de existență a primitivelor unei funcții continue
- Metode de calcul al integralelor definite: integrarea prin părți, integrarea prin schimbare de variabilă.

- Calculul integralelor de forma  $\int_a^b \frac{P(x)}{Q(x)} dx$ ,  $\text{grad } Q \leq 4$  prin metoda descompunerii în

**Conținuturi**

fracții simple

**3. Aplicații ale integralei definite**

- Aria unei suprafețe plane
- Volumul unui corp de rotație
- Calculul unor limite de șiruri folosind integrală definită

**Notă:** Se utilizează exprimarea „proprietate” sau „regulă”, pentru a sublinia faptul că se face referire la un rezultat matematic utilizat în aplicații, dar a cărui demonstrație este în afara programei.

**BIBLIOGRAFIE**

NOTĂ: Tematica pentru examen este realizată în conformitate cu prevederile programei de Bacalaureat, pentru disciplina Matematică, filiera teoretică profilul real. Subiectele pentru examenul de admitere se elaborează în conformitate cu prezenta tematică și nu vizează conținutul unui manual anume.

**B. FIZICĂ****B.1. Mecanică****1. PRINCIPII ȘI LEGI ÎN MECANICA CLASICĂ**

- 1.1. Mișcare și repaus
- 1.2. Principiul I al mecanicii
- 1.3. Principiul al II-lea al mecanicii
- 1.4. Principiul al III-lea al mecanicii
- 1.5. Legea lui Hooke. Tensiunea în fir
- 1.6. Legile frecării la alunecare

**2. TEOREME DE VARIAȚIE ȘI LEGI DE CONSERVARE ÎN MECANICĂ**

- 2.1. Lucrul mecanic. Puterea mecanică
- 2.2. Teorema variației și energiei cinetice a punctului material
- 2.3. Energia potențială gravitațională
- 2.4. Legea conservării energiei mecanice
- 2.5. Teorema variației impulsului
- 2.6. Legea conservării impulsului

**B.2. Elemente de termodinamică**

1. Noțiuni termodinamice de bază
2. Principiul 1 al termodinamicii
3. Aplicarea principiului 1 al termodinamicii la transformările gazului ideal
4. Motoare termice
5. Principiul al II-lea al termodinamicii

**B.3. Producerea și utilizarea curentului continuu**

1. Curentul electric
2. Legea lui Ohm

3. Legile lui Kirchhoff
4. Gruparea rezistoarelor și generatoarelor electrice
5. Energia și puterea electrică

### **BIBLIOGRAFIE**

NOTĂ: Tematica pentru examen este realizată în conformitate cu prevederile programei de Bacalaureat, pentru disciplina Fizică, filiera teoretică profilul real. Subiectele pentru examenul de admitere se elaborează în conformitate cu prezenta tematică și nu vizează conținutul unui manual anume.